**Exercício 10.** Escreva em uma única potência:

a) a metade de $2^{50}$. $\frac{2^{50}}{2} = 2^{50}\cdot 2^{-1} = 2^{49}$

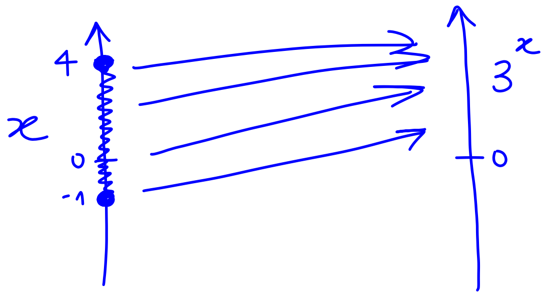
b) o triplo de $3^{15}$. $3^{15}\cdot 3 = 3^{16}$

c) o quadrado do quíntuplo de $25^{12}$.

$$\left(25^{12}\cdot 5\right)^2 = \left[\left(5^2\right)^{12}\cdot 5\right]^2 = \left[5^{24}\cdot 5\right]^2 = \left(5^{25}\right)^2 = 5^{50}$$

**Exercício 9.** Seja a função exponencial $f : \overbrace{[-1,4]}^{\text{domínio}} \to \overbrace{\underset{\mathrm{Im}(f)}{\underset{\cup}{\mathbb{R}}}}^{\text{contra-domínio}}$, definida por $\underline{f(x) = 3^x}$, determine o conjunto imagem.

$\mathrm{Im}(f) \subset \mathbb{R}$




$f(-1) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

$f(-0,5)$

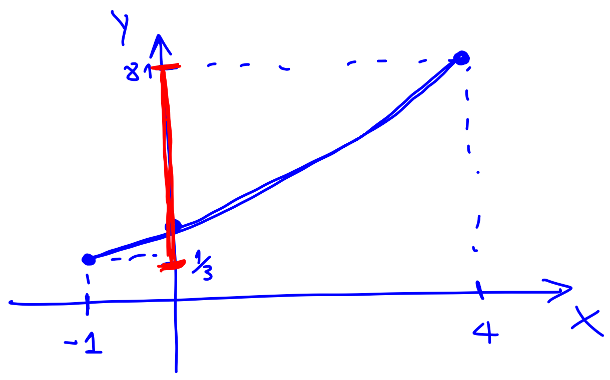
$f(-0,0001)$

$f(0) = 3^0 = 1$

$f(1)$

$\vdots$

$f(4) = 3^4 = 81$

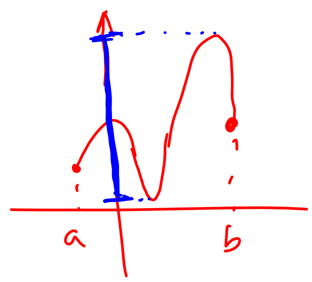



$a^x$

$0 < a < 1$ decresc.

$a > 1$ cresc.

$\mathrm{Im}(f) = \left[\frac{1}{3}, 81\right]$



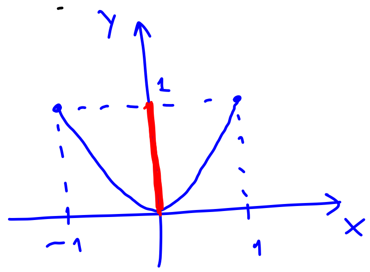

Exercício 9.1: $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$.

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(1) = 1^2 = 1$

$\cancel{\mathrm{Im}(f) = \{1\}}$

$\mathrm{Im}(f) = [0,1]$



① Observações por longo tempo mostram que, após períodos de mesma duração, a população de uma cidade fica multiplicada por uma constante. Sabendo-se que a população da cidade era de 750 mil habitantes em 2005 e 1 milhão de habitantes em 2020, calcule:

a) A pop. em 2035;

b) Em que ano a pop. será de 2 milhões de hab.

a) $P(2005) = 750 \cdot 10^3$ $\qquad$ $P(2035) = ?$

$P(2020) = 1.000 \cdot 10^3$

$\overbrace{\qquad}^{15}\overbrace{\qquad}^{15}$

| $t$ | 2005 | 2020 | 2035 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $750 \cdot 10^3$ | $1000 \cdot 10^3$ | ? |

$\times k \qquad \times k$

$750 \cdot 10^3 \cdot k = 1000 \cdot 10^3$

$\Rightarrow k = \dfrac{100\cancel{0} \cdot \cancel{10^3}}{75\cancel{0} \cdot \cancel{10^3}} = \dfrac{4}{3}$

$$P(2035) = k \cdot 1000 \cdot 10^3 = \frac{4}{3} \cdot 1000 \cdot 10^3 = \frac{4000}{3} \cdot 10^3 \approx 1.333.333$$

b) $P(t) = 2.000 \cdot 10^3$

$$P(2005) = 750 \cdot 10^3 \xrightarrow{\times \frac{4}{3}} P(2020) = \frac{4}{3} \cdot 750 \cdot 10^3 \xrightarrow{\times \frac{4}{3}} P(2035) = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot 750 \cdot 10^3$$

$$\xrightarrow{\times \frac{4}{3}} P(2050) = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot 750 \cdot 10^3 \xrightarrow{\times \frac{4}{3}} P(2065) = \left(\frac{4}{3}\right)^4 \cdot 750 \cdot 10^3 \longrightarrow \dots$$

| variando de 15 em 15 <br> $t$ (a partir de 2005) | (2005) <br> 0 | (2020) <br> 1 | (2035) <br> 2 | (2050) <br> 3 | ... | (2005+15t) <br> $t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(t)$ | 750 | $\frac{4}{3} \cdot 750$ | $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot 750$ | $\left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot 750$ | ... | $\left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot 750$ |

$$P(t) = 2000 \cdot 10^3 \Longrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot 750 \cdot 10^3 = 2000 \cdot 10^3$$

$$\xRightarrow{(\div 10^4)} \left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot 75 = 200 \xRightarrow{(\div 75)} \left(\frac{4}{3}\right)^t = \frac{200}{75} = \frac{8}{3}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^t = \frac{8}{3} \qquad t = ?$$

$$\left(\frac{2^2}{3}\right)^t = \frac{2^3}{3}$$

$$\frac{2^{2t}}{3^t} = \frac{2^3}{3} \Rightarrow 2^{2t} \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^t$$

---

$$\frac{\left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot 750.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}{1\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} = \frac{2.00\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}{1\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}$$

$$\frac{\left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot 75 \cdot 10^4}{10^4} = \frac{2 \cdot 10^6}{10^4} \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^t 75 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot 75 = 2 \cdot 10^2 = 200.$$